

A. Pengertian Bilangan

Bilangan adalah suatu konsep [matematika](#) yang digunakan untuk [pencacahan](#) dan [pengukuran](#). Simbol ataupun lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai [angka](#) atau lambang bilangan. Dalam matematika, konsep bilangan selama bertahun-tahun lamanya telah diperluas untuk meliputi bilangan [nol](#), [bilangan negatif](#), [bilangan rasional](#), [bilangan irasional](#), dan [bilangan kompleks](#). Bilangan adalah suatu ide yang bersifat abstrak yang akan memberikan keterangan mengenai banyaknya suatu kumpulan benda. Lambang bilangan biasa dinotasikan dalam bentuk tulisan sebagai angka. Prosedur-prosedur tertentu yang mengambil bilangan sebagai masukan dan menghasilkan bilangan lainnya sebagai keluaran, disebut sebagai [operasi](#) numeris. [Operasi uner](#) mengambil satu masukan bilangan dan menghasilkan satu keluaran bilangan. Operasi yang lebih umumnya ditemukan adalah [operasi biner](#), yang mengambil dua bilangan sebagai masukan dan menghasilkan satu bilangan sebagai keluaran. Contoh operasi biner adalah [penjumlahan](#), [pengurangan](#), [perkalian](#), [pembagian](#), [perpangkatan](#), dan [perakaran](#). Bidang matematika yang mengkaji operasi numeris disebut sebagai [aritmetika](#).

B. Macam-Macam Bilangan

1. Bilangan Asli

Dalam [matematika](#), terdapat dua kesepakatan mengenai himpunan **bilangan asli**. Yang pertama definisi menurut matematikawan tradisional, yaitu himpunan [bilangan bulat](#) positif yang bukan nol $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$. Sedangkan yang kedua definisi oleh logikawan dan ilmuwan komputer, adalah himpunan [nol](#) dan bilangan bulat positif $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Bilangan asli merupakan salah satu konsep matematika yg paling sederhana dan termasuk konsep pertama yang bisa dipelajari dan dimengerti oleh manusia, bahkan beberapa penelitian menunjukkan beberapa jenis kera juga bisa menangkapnya.

Wajar apabila bilangan asli adalah jenis pertama dari bilangan yang digunakan untuk membilang, menghitung, dsb. Sifat yang lebih dalam tentang bilangan asli, termasuk kaitannya dengan [bilangan prima](#), dipelajari dalam [teori bilangan](#). Untuk matematika lanjut, bilangan asli dapat dipakai untuk mengurutkan dan mendefinisikan sifat [hitungan](#) suatu himpunan.

Setiap bilangan, misalnya bilangan 1, adalah konsep abstrak yg tak bisa tertangkap oleh indera manusia, tetapi bersifat [universal](#). Salah satu cara memperkenalkan konsep himpunan

semua bilangan asli sebagai sebuah struktur abstrak adalah melalui [aksioma Peano](#) (sebagai ilustrasi, lihat [aritmetika Peano](#)).

Konsep bilangan-bilangan yg lebih umum dan lebih luas memerlukan pembahasan lebih jauh, bahkan kadang-kadang memerlukan kedalaman logika untuk bisa memahami dan mendefinisikannya. Misalnya dalam teori matematika, himpunan semua [bilangan rasional](#) bisa dibangun secara bertahap, diawali dari himpunan bilangan-bilangan asli.

Asli/Sail adalah himpunan bilangan bulat positif yang bukan nol. Nama lain dari bilangan ini adalah bilangan hitung atau bilangan yang bernilai positif (integer positif).

Contoh: 1,2,3,4,5,6,7,8,....

2. Bilangan Prima

Dalam [matematika](#), bilangan prima adalah [bilangan asli](#) yang lebih besar dari 1, yang faktor pembagiannya adalah 1 dan bilangan itu sendiri. 2 dan 3 adalah bilangan prima. 4 bukan bilangan prima karena 4 bisa dibagi 2. Sepuluh bilangan prima yang pertama adalah 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 dan 29.

Jika suatu bilangan yang lebih besar dari satu bukan bilangan prima, maka bilangan itu disebut [bilangan komposit](#). Cara paling sederhana untuk menentukan bilangan prima yang lebih kecil dari bilangan tertentu adalah dengan menggunakan [saringan Eratosthenes](#). Secara matematis, tidak ada "bilangan prima yang terbesar", karena jumlah bilangan prima adalah tak terhingga.^[1] [Bilangan prima terbesar yang diketahui](#) per [2013](#) adalah $2^{57,885,161} - 1$.^[2] Bilangan ini mempunyai 17,425,170 digit dan merupakan [bilangan prima Mersenne](#) yang ke-48. $M_{57885161}$ (demikian notasi penulisan bilangan prima Mersenne ke-48) ditemukan oleh Curtis Cooper pada [25 Januari](#) 2013 yang merupakan profesor-profesor dari *University of Central Missouri* bekerja sama dengan puluhan ribu anggota lainnya dari [proyek GIMPS](#).

Jadi bilangan prima adalah bilangan-bilangan sail/asli yang hanya bisa dibagi dirinya sendiri dan satu, atau bilangan yang memiliki 2 faktor, dan angka satu bukan bilangan prima.

Contoh: 2,3,5,7,11,13,17,....

3. Bilangan Cacah

Bilangan cacah adalah himpunan [bilangan bulat](#) yang tidak negatif, yaitu {0, 1, 2, 3 ...}. Dengan kata lain himpunan [bilangan asli](#) ditambah 0. Jadi, bilangan cacah harus bertanda

positif. Bilangan cacah juga merupakan bilangan bulat positif digabung dengan nol.
Contoh: 0,1,2,3,4,5,6,7,....

4. Bilangan Bulat

1. Bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat negatif, nol, dan bilangan bulat positif.
2. Sifat-sifat penjumlahan pada bilangan bulat:
 - a. Sifat tertutup
Untuk setiap bilangan bulat a dan b , berlaku $a + b = c$ dengan c juga bilangan bulat.
 - b. Sifat komutatif
Untuk setiap bilangan bulat a dan b , selalu berlaku $a + b = b + a$.
 - c. Sifat asosiatif
Untuk setiap bilangan bulat a , b , dan c selalu berlaku $(a + b) + c = a + (b + c)$.
 - d. Mempunyai unsur identitas
Untuk sebarang bilangan bulat a , selalu berlaku $a + 0 = 0 + a$. Bilangan nol (0) merupakan unsur identitas pada penjumlahan.
 - e. Mempunyai invers
Untuk setiap bilangan bulat a , selalu berlaku $a + (-a) = (-a) + a = 0$. Invers dari a adalah $-a$, sedangkan invers dari $-a$ adalah a .
3. Jika a dan b bilangan bulat maka berlaku $a - b = a + (-b)$.
4. Operasi pengurangan pada bilangan bulat berlaku sifat tertutup.
5. Jika p dan q bilangan bulat maka
 - a. $p \times q = pq$;
 - b. $(-p) \times q = -(p \times q) = -pq$;
 - c. $p \times (-q) = -(p \times q) = -pq$;
 - d. $(-p) \times (-q) = p \times q = pq$.
6. Untuk setiap p , q , dan r bilangan bulat berlaku sifat
 - a. tertutup terhadap operasi perkalian;
 - b. komutatif: $p \times q = q \times p$;
 - c. asosiatif: $(p \times q) \times r = p \times (q \times r)$;
 - d. distributif perkalian terhadap penjumlahan: $p \times (q + r) = (p \times q) + (p \times r)$;
 - e. distributif perkalian terhadap pengurangan: $p \times (q - r) = (p \times q) - (p \times r)$.
7. Unsur identitas pada perkalian adalah 1, sehingga untuk setiap bilangan bulat p berlaku $p \times 1 = 1 \times p = p$.
8. Pembagian merupakan operasi kebalikan dari perkalian.

9. Pada operasi pembagian bilangan bulat tidak bersifat tertutup.
10. Apabila dalam suatu operasi hitung campuran bilangan bulat tidak terdapat tanda kurung, pengerjaannya berdasarkan sifat-sifat operasi hitung berikut.
- Operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (−) *sama kuat*, artinya operasi yang terletak di sebelah kiri dikerjakan terlebih dahulu.
 - Operasi perkalian (×) dan pembagian (÷) *sama kuat*, artinya operasi yang terletak di sebelah kiri dikerjakan terlebih dahulu.
 - Operasi perkalian (×) dan pembagian (÷) *lebih kuat* daripada operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (−), artinya operasi perkalian (×) dan pembagian (÷) dikerjakan terlebih dahulu daripada operasi penjumlahan (+) dan pengurangan (−).

Jadi bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari seluruh bilangan baik negatif, nol dan positif.

Contoh: -3,-2,-1,0,1,2,3,....

5. Bilangan Rasional

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan sebagai p/q dimana $p, q \in$ bulat dan $q \neq 0$ atau dapat dinyatakan sebagai suatu bilangan desimal secara berulang ulang. Bilangan rasional juga merupakan [bilangan](#) yang dapat dinyatakan sebagai a/b dimana a, b bilangan bulat dan b tidak sama dengan 0. dimana batasan dari bilangan rasional adalah mulai dari selanga $(-\infty, \infty)$.

Bilangan bisa dikatakan dapat dibagi menjadi 2 sekup besar yaitu bilangan rasional dan [bilangan irasional](#). Bila kita mengatakan **bilangan rasional** berarti di dalamnya sudah mencakup bilangan-bilangan lain seperti: [bilangan bulat](#), [bilangan asli](#), [bilangan cacah](#), [bilangan prima](#) dan bilangan-bilangan lain yang menjadi subset dari bilangan rasional.

Contoh dari bilangan rasional:

Jika $a/b = c/d$ maka, $ad = bc$.

Bilangan rasional juga merupakan bilangan-bilangan yang merupakan rasio (pembagian) dari dua angka (integer) atau dapat dinyatakan dengan a/b , dimana a merupakan himpunan bilangan bulat dan b merupakan himpunan bilangan bulat tetapi tidak sama dengan nol.

Contoh :

$\{1/2, 1/3, 2/3, 1/8, 3/8, 5/8, 7/8, \dots\}$

Bilangan pecahan/ pecahan-pecahan termasuk sekumpulan bilangan rasional.

Pecahan desimal adalah pecahan-pecahan dengan bilangan penyebut 10, 100, dst. { $1/10$, $1/100$, $1/1000$ }, semua bilangan ini dapat ditemukan dalam garis-garis bilangan.

Sebuah bilangan asli dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan rasional. Sebagai contoh bilangan asli 2 dapat dinyatakan sebagai $12/6$ atau $30/15$ dan sebagainya.

Bilangan Rasional diberi lambang Q (berasal dari bahasa Inggris "quotient").

Contoh: $-2, 2/7, 5, 2/11, \dots$

6. Bilangan Irrasional

Dalam [matematika](#), bilangan irasional adalah [bilangan riil](#) yang tidak bisa dibagi (hasil baginya tidak pernah berhenti). Dalam hal ini, bilangan irasional tidak bisa dinyatakan sebagai a/b , dengan a dan b sebagai [bilangan bulat](#) dan b tidak sama dengan nol. Jadi bilangan irasional bukan merupakan [bilangan rasional](#). Contoh yang paling populer dari bilangan irasional ini adalah bilangan π , $\sqrt{2}$, dan bilangan e.

Bilangan π sebetulnya tidak tepat, yaitu kurang lebih 3.14, tetapi

= 3,1415926535.... atau

= 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510...

Untuk bilangan $\sqrt{2}$:

= 1,4142135623730950488016887242096.... atau

= 1,41421 35623 73095 04880 16887 24209 69807 85696 71875 37694 80731 76679 73798..

dan untuk bilangan e:

= 2,7182818....