

02. OPERASI BILANGAN

A. Macam-macam Bilangan Real

Dalam kehidupan sehari-hari dan dalam matematika berbagai keterangan seringkali menggunakan bilangan yang biasa digunakan adalah bilangan asli. Bilangan adalah ungkapan dari penulisan satu atau beberapa simbol bilangan.

Misal : 1 2 5 terdiri dari simbol bilangan 1, 2 dan 5.

Dalam hal ini 1 berarti 100, 2 berarti 20 dan 5 berarti 5 yang sebenarnya. Untuk mengingatkan kembali mengenai macam bilangan adalah sebagai berikut :

- a) bilangan Asli, adalah bilangan 1, 2, 3, ... dan seterusnya.
- b) Bilangan Cacah, adalah bilangan 0, 1, 2, 3, ... dan seterusnya.
- c) Bilangan Bulat, adalah ... , -2, -1, 0, 1, 2, ... dan seterusnya.
- d) Bilangan Rasional adalah bilangan yang berbentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan

bulat serta $b \neq 0$.

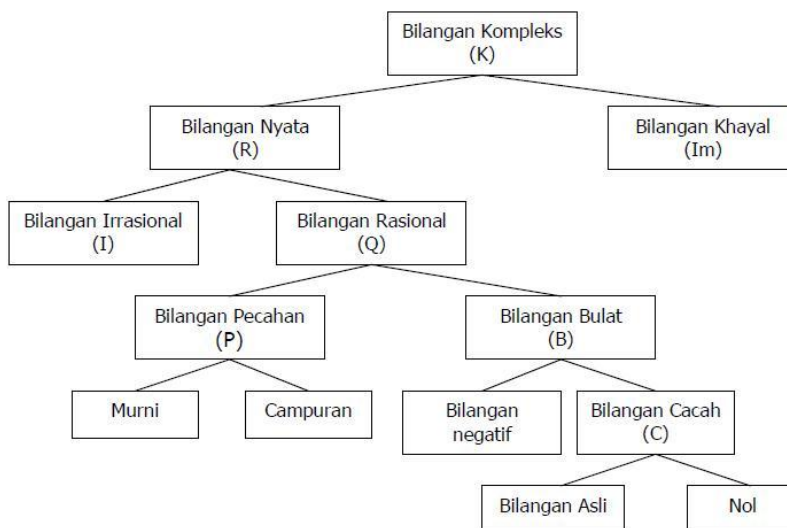
Misal : 5, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{4}$, -3, dan sebagainya.

- e) Bilangan Irrasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{b}$ atau bilangan yang bukan rasional.

Misal : π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, dan sebagainya

- f) Bilangan Real adalah bilangan yang terdiri dari bilangan rasional dan Irrasional.
- g) Bilangan Kompleks adalah bilangan yang berbentuk $a+bi$ dan a, b adalah bilangan real serta i dikenal sebagai bilangan imajiner ($i^2 = -1$).

Macam-macam bilangan dapat dibuat diagram sebagai berikut :



1. Operasi Bilangan Bulat

a) Penjumlahan

(1) Komulatif : $a + b = b + a$

Contoh : 1. $4p + 3q = 3q + 4p$

2. $5 + 3 = 5 + 3 = 8$

(2) Asosiatif : $a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c$

Contoh : 1. $2x + 3y + 4z = 2x + (3y + 4z) = (2x + 3y) + 4z$

2. $3 + 4 + 1 = 3 + (4 + 1) = (3 + 4) + 1 = 8$

b) Pengurangan.

Sifat-sifat pengurangan dan perluasannya dalam praktek perhitungannya diperoleh aturan sebagai berikut :

(1) $a - b - c = a - (b + c)$

(2) $a - b + c = a - (b - c)$

(3) $-a - b - c = -(a + b + c)$

Contoh :

Sederhanakan : $5(2a - 3b + c) - 3(4b + 2c) + 7a$

Penyelesaian : $5(2a - 3b + c) - 3(4b + 2c) + 7a$

$= 10a - 15b + 5c - 12b - 6c + 7a$

$= 10a + 7a - 15b - 12b + 5c - 6c$

$= 17a - 27b - c$

c) Perkalian

(1) Komutatif : $a \times b = b \times a$

Contoh : 1. $2a \times 3b = 3b \times 2a = 6 ab$

2. $4 \times 5 = 5 \times 4 = 20$

(2) Assosiatif: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Contoh : 1. $(2q \times 4t) \times p = 2q \times (4t \times p)$

2. $(3 \times 4) \times 6 = 3 \times (4 \times 6) = 72$

(3) Distributif : $a \times (b + c) = ab + ac$

Contoh : 1. $2p \times (3t + 5q) = 6pt + 10 pq$

2. $4 \times (5 + 6) = 20 + 24 = 44$

Beberapa perkalian penting :

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$(a + b)^2 = a^2 + 2 ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2 ab + b^2$

Catatan : $a \times \frac{1}{a} = 1$, $\frac{1}{a}$ disebut invers perkalian dari a sedangkan 1 disebut unsur identitas.

d. Pembagian

Sifat-sifat Pembagian :

$$(1) \quad a \times (b : c) = (a \times b) : c \text{ atau } a \times b = \frac{a \times b}{c}$$

$$\text{Contoh : } 2 \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{3}$$

$$(2) \quad \frac{a \times b}{p \times q} = \frac{a}{p} \times \frac{b}{q}$$

$$\text{Contoh : } \frac{3 \times 2}{5 \times 7} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$$

$$(3) \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \times c}{b}$$

$$\text{Contoh : } \frac{5}{\frac{3}{2}} = \frac{5 \times 2}{3}$$

$$(4) \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \times c}{b}$$

$$\text{Contoh : } \frac{3}{\frac{5}{2}} = \frac{3 \times 2}{5}$$

$$(5) \quad \frac{a}{b} = \frac{pa}{pb}$$

$$\text{Contoh : } \frac{3}{4} = \frac{2.3}{2.4}$$

$$(6) \quad \frac{a+b}{p} = \frac{a}{p} + \frac{b}{p}$$

$$\text{Contoh : } 1. \quad \frac{5+3}{7} = \frac{5}{7} + \frac{3}{7}$$

$$2. \quad \frac{3-6}{8} = \frac{3}{8} + \frac{6}{8}$$

2. Operasi Bilangan Pecahan

a. Penjumlahan

1. Kumutatif $= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$

Contoh : 1. $\frac{1}{2}p + \frac{1}{3}q = \frac{1}{3}q + \frac{1}{2}p$

2. $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{5} = \frac{5+7}{35} = \frac{12}{35}$

2. Asosiatif $= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + \frac{1}{c}$

Contoh : 1. $\frac{1}{3}p + \frac{1}{4}q + \frac{1}{5}n = \frac{1}{3}p + \left(\frac{1}{4}q + \frac{1}{5}n\right) = \left(\frac{1}{3}p + \frac{1}{4}q\right) + \frac{1}{5}n$

2. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{4}$

$$\frac{6+4+3}{12} = \frac{6+(4+3)}{12} = \frac{(6+4)+3}{12}$$

$$\frac{13}{12} = \frac{13}{12} = \frac{13}{12}$$

b. Pengurangan :

Contoh : 1. $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10}$

2. $\frac{7}{8} - \frac{1}{12} - \frac{2}{3} = \frac{21-2-16}{24} = \frac{21-18}{24} = \frac{3}{24}$

c. Perkalian :

1. Kumutatif : $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times \frac{1}{a}$

Contoh : 1. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$

2. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$

2. Asosiatif : $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \times \left(\frac{1}{b} \times \frac{1}{c}\right) = \left(\frac{1}{a} \times \frac{1}{b}\right) \times \frac{1}{c}$

Contoh : 1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{5}$

2. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{6}$

$$\frac{2 \times 3 \times 1}{3 \times 4 \times 6} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{24} \right) = \left(\frac{6}{12} \right) \times \frac{1}{6}$$

$$\frac{6}{72} = \frac{2 \times 3}{3 \times 24} = \frac{6 \times 1}{12 \times 6}$$

$$\frac{6}{72} = \frac{6}{72} = \frac{6}{72}$$

d. Pembagian :

Contoh : 1. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$

2. $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{2}{7} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} \right) : \frac{2}{7} = \frac{10}{12} : \frac{2}{7} = \frac{10}{12} : \frac{7}{2} = \frac{70}{24}$

B. Konversi pecahan, perbandingan, skala, persen

1. Konversi Pecahan

Agar pengertian konversi dapat dipahami dengan baik maka untuk mengkonversikan pecahan biasa ke bentuk persen dapat dilakukan dengan membagi pembilangnya oleh penyebut pada pecahan kemudian dikalikan 100%.

Contoh :

1. $\frac{2}{5} = 0,4 \times 100\% = 40\%$

Cara : $5 \overline{)2} = 0,4$

$$\frac{0}{20}$$

$$\frac{20}{0}$$

2. $\frac{8}{125}$

Caranya : $125 \overline{)8} = 0,064$

$$\frac{0}{80}$$

$$\frac{00}{800}$$

$$\frac{750}{500}$$

$$\frac{500}{0}$$

3. $\frac{1}{3} = 0,3333... = 0,3 \times 100\% = 33\frac{1}{3}\%$
4. $\frac{4}{11} = 0,363636... = 0,36 \times 100\% = 36\%$
5. $\frac{5}{7} = 0,714285.714285... = 0,71 \times 100\% = 71\%$
6. $\frac{11}{30} = 0,36666666... = 0,36 \times 100\% = 36\%$
7. $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$
8. $\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$
9. $\frac{1}{6} = 0,16 = 16\frac{2}{3}\%$
10. $\frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$

2. Perbandingan :

Perbandingan dua buah nilai dapat dinyatakan sebagai pembagian atau pecahan biasa.

Misal = 3 : 5 atau $\frac{3}{5}$ dibaca 3 banding 5.

Secara umum perbandingan antara besaran a terhadap b dituliskan sebagai

a : b atau $\frac{a}{b}$ (dibaca "a banding b").

Ada 2 jenis perbandingan yaitu :

a. Perbandignan Senilai :

Perbandingan disebut sebagai perbandignan senilai jika dua perbandingan harganya sama.

Contoh :

1. 5 liter minyak mempunyai massa 4 kg dan 10 liter minyak mempunyai massa 8 kg.
Perbandingan antara kualitas minyak dan massanya dituliskan sebagai berikut:
 $5 : 10 = 4 : 8$ atau $1 : 2 = 1 : 2$
2. Mobil dengan kecepatan tetap 60 km/jam

Lama berjalan dalam jam	1	2	3	4	n
Jarak yang dicapai dalam km	60	120	180	240	n.60

Jika waktu yang digunakan bertambah maka jarak yang dicapai juga bertambah. Dengan model matematika variabel-variabel yang saling bergantung tersebut kita namakan x dan y sehingga x berubah dari x_1 menjadi x_2 dan y berubah dari y_1 menjadi y_2 dengan demikian :

$$\boxed{\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}}$$
 disebut perbandingan senilai.

b. Perbandingan Berbalik Nilai

Perbandingan disebut perbandingan berbalik nilai jika dua perbandingan harganya saling berbalikan.

Contoh :

1. Suatu pekerjaan jika dikerjakan oleh 1 orang akan selesai dalam 60 hari, jika 2 orang 30 hari, 3 orang 20 hari dan seterusnya.

Banyaknya orang	1	2	3	4	60
Waktu	60	30	20	15	1

Jika banyaknya orang yang mengerjakan bertambah maka banyaknya hari berkurang. Perbandingan banyak orang dan banyaknya hari tidak tetap (akan tetapi hasil kali dua variabel tersebut tetap).

Dengan model matematika maka persyaratan tersebut dapat ditulis :

$$\boxed{\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}}$$

3. Skala

Skala adalah perbandingan antara jarak (panjang pada gambar) dan jarak (panjang sebenarnya).

Contoh :

1. Skala pita : 1 : 200.000

Maksudnya jika jarak pada gambar 1 cm maka jarak pada bumi (sebenarnya) 200.000 cm.

2. Skala 1 : 200.000

jarak 2 kota pada gambar 7,5 cm

Berapa jarak sesungguhnya 2 kota tersebut ?

Jawab :

$$\begin{aligned}\text{Jarak sesungguhnya} &= 7,5 \times 200.000 \\ &= 1500.000 \text{ cm} \\ &= 15000 \text{ m} \\ &= 15 \text{ km}\end{aligned}$$

3. Skala 1 : 200.000

Jarak dua kota 60 km. Berapakah jarak pada gambar ?

Jawab :

$$60 \text{ km} = 60.000 \text{ m} = 6.000.000 \text{ cm}$$

$$\text{jarak peta} = 6.000.000 / 200.000 = 60/2 = 30 \text{ cm}$$

4. Persen

Suatu pecahan dapat ditulis dalam 3 cara :

a. Pecahan biasa misal $\frac{3}{10}$

b. Desimal

Desimal menggunakan nilai tempat $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ dan seterusnya

Misal :

$$\frac{75}{100} = 0,75 \text{ angka 7 nilainya 7 per sepuluh, angka 5 nilainya 5 per seratus.}$$

c. Persen

Persen adalah bentuk lain dari pecahan yang penyebutnya seratus. Simbol yang digunakan untuk menyatakan persen adalah “%”.

Misalnya 2% artinya $\frac{2}{100}$

Untuk mengubah bentuk persen menjadi pecahan dilakukan dengan jalan membagi persen tersebut dengan 100%.

Misal :

$$12\frac{1}{2}\% = 12\frac{1}{2}\% : 100\% = \frac{25}{2} : 100 = \frac{25}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Jadi } 12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$$

Untuk menyatakan perbandingan antara dua besaran persentase dapat ditentukan dengan pertolongan pernyataan perbandingan sehingga :

Besaran pertama : besaran kedua = persentase : 100%

$$\text{Persentase} = \frac{\text{besaran pertama}}{\text{besaran kedua}} \times 100\%$$

Misal :

Berapa persenkah Rp 20,00 terhadap Rp 40,00

Jawab :

$$\text{Persentase} = \frac{20}{40} \times 100\% = 50\%$$

C. Operasi pada Bilangan Berpangkat

Agar pengertian konsep operasi pada bilangan berpangkat dapat dipahami dengan baik simaklah pernyataan di bawah ini :

Pengertian Bilangan Berpangkat :

a^3 artinya $a \times a \times a$ sebanyak 3 faktor

a^3 dibaca a berpangkat tiga

Secara umum : a^n artinya $a \times a \times a \times \dots \times a$ sebanyak n faktor.

a disebut bilangan berpangkat

a disebut bilangan dasar pokok

3 disebut pangkat atau eksponen

Contoh :

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

1. Aturan dasar mengenai pangkat :

a. Perkalian bilangan berpangkat yang bilangan pokoknya sama.

Contoh :

$$\begin{aligned} 1) \quad 3^2 \times 3^4 &= (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6 \end{aligned}$$

$$2) \quad 3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

$$\begin{aligned} 3) \quad a^3 \times a^2 &= (a \times a \times a) \times (a \times a) \\ &= a \times a \times a \times a \times a = a^5 \end{aligned}$$

$$4) \quad a^3 + a^2 = a^{3+2} = a^5$$

Secara umum : $a^m \times a^n = a^{m+n}$, $a \neq 0$

b. Pembagian Bilangan Berpangkat :

Contoh :

$$\begin{aligned} 1. \quad 5^4 : 5^2 &= \frac{5^4}{5^2} \\ &= \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} \\ &= 5 \times 5 \\ &= 5^2 \\ &= 5^{4-2} = 5^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad a^5 : a^2 &= \frac{a^5}{a^2} \\ &= \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a} \\ &= a \times a \times a \\ &= a^3 \\ &= a^{5-2} = a^3 \end{aligned}$$

Secara umum : $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$

c. Pemangkatan Bilangan Berpangkat

Contoh :

$$\begin{aligned} 1. \quad (4^3)^2 &= 4^3 \times 4^3 \\ &= (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) \\ &= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \\ &= 4^6 \\ &= 4^{3 \times 2} = 4^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad (a^4)^2 &= a^4 \times a^4 \\ &= (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a) \\ &= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \\ &= a^8 \\ &= a^{4 \times 2} = 4^8 \end{aligned}$$

Secara umum : $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{m \cdot n}$

d. Pemangkatan dari perkalian dua atau lebih bilangan

Contoh:

$$\begin{aligned} 1. (4 \times 5)^3 &= (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5) \\ &= 4 \times 5 \times 4 \times 5 \times 4 \times 5 \\ &= 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 \\ &= 4^3 \times 5^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. (a \times b)^2 &= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \\ &= a \times b \times a \times b \times a \times b \\ &= a \times a \times b \times b \\ &= a^2 \times b^2 \end{aligned}$$

Secara umum : $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

e. Pemangkatan suatu pecahan:

Contoh:

$$\begin{aligned} 1. \left(\frac{4}{5}\right)^3 &= \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \\ &= \frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5} \\ &= \frac{4^3}{5^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1. \left(\frac{a}{b}\right)^3 &= \left(\frac{a}{b}\right) \times \left(\frac{a}{b}\right) \times \left(\frac{a}{b}\right) \\ &= \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b} \\ &= \frac{a^3}{b^3} \end{aligned}$$

Secara umum : $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, $a, b \neq 0$

f. Bilangan berpangkat nol

Contoh:

$$\begin{aligned} 1. 5^3 : 5^3 &= \frac{5^3}{5^3} \\ &= \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} \\ 5^0 &= 1 \end{aligned}$$

$$2. a^n : a^n = \frac{a^n}{a^n}$$

$$a^{n-n} = \frac{a \times a \times \dots \times a \rightarrow \text{suku}}{a \times a \times \dots \times a \rightarrow \text{suku}}$$

$$a^0 = 1$$

Secara umum $a^D = 1, a \neq 0$

g. Pangkat negatif

Contoh

$$1. 8^3 : 8^5 = \frac{8^3}{8^5}$$

$$8^{3-5} = \frac{8 \times 8 \times 8}{8 \times 8 \times 8 \times 8}$$

$$8^2 = \frac{1}{8^2}$$

$$2. a^2 : a^6 = \frac{a^2}{a^6}$$

$$a^{2-6} = \frac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a \times a}$$

$$a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

Secara umum $a^m : a^n = \frac{1}{a^{m-n}}, m < n$

Bilangan dalam bentuk baku = $a \times 10^n$ dengan $1 < a < 10, a \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{B}$

Contoh:

- 1) $3 \times 10^2 \times 10^{-4} = 3 \times 10^{-2}$
- 2) $0,0045 \times 10^2 = 4,5 \times 10^5$
- 3) $1850000 = 1,85 \times 10^6$

D. Operasi pada Bilangan Irrasional (bentuk akar)

Akar :

Akar merupakan lawan dari pangkat dengan tanda yang dipunyai oleh suatu bilangan adalah untuk menunjukkan bahwa pangkat dari bilangan tadi dibagi oleh indeks yang terdapat pada tanda akar.

Secara umum dapat dituliskan :

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

dengan m adalah indeks akar

Penulisan akar yang tidak disertai dengan indeks berarti indeks dari akar tersebut adalah

2 misalnya $\sqrt{3}$ artinya sama dengan $3^{1/2}$

Operasi akar dilakukan sebagai berikut:

1. ${}^n\sqrt{a} \times {}^n\sqrt{b} = {}^n\sqrt{a \times b}$

Contoh:

a. ${}^3\sqrt{4} \times {}^3\sqrt{3} = {}^3\sqrt{4 \times 3} = {}^3\sqrt{12}$

b. $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$

2. $\frac{{}^n\sqrt{a}}{{}^n\sqrt{b}} = {}^n\sqrt{\frac{a}{b}}$

Contoh:

a. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

b. $\frac{{}^3\sqrt{3}}{{}^3\sqrt{4}} = {}^3\sqrt{\frac{3}{4}}$

3. $({}^n\sqrt{a})^n = a$

Contoh:

a. $(\sqrt{3})^2 = 3$

b. $({}^3\sqrt{25})^3 = 25$

4. ${}^m\sqrt{{}^n\sqrt{a}} = a^{\frac{1}{mn}} = {}^{mn}\sqrt{a}$

Contoh:

${}^6\sqrt{{}^2\sqrt{8^4}} = 8^{\frac{4}{6 \cdot 2}} = 8^{\frac{4}{12}} = 2$

Catatan:

$8^{\frac{4}{12}} = 8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^1 = 2$

5. Penjumlahan dan pengurangan akar

Contoh:

a. selesaikanlah : $5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

jawab: $5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (5 - 7 + 4)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

b. selesaikanlah : $\sqrt{72} - \sqrt{8} + \sqrt{2}$

jawab: $\sqrt{72} - \sqrt{8} + \sqrt{2} = \sqrt{36 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 1}$

$$\begin{aligned}
&= 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \\
&= (6 - 2 + 1) \sqrt{2} \\
&= 5 \sqrt{2}
\end{aligned}$$

6. Merasionalkan penyebut suatu pecahan

a. Pecahan-pecahan berbentuk : $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Dengan menggunakan sifat : $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = b$

Maka $\frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$

Pengubahan $\frac{a}{\sqrt{b}}$ menjadi $\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ disebut merasionalkan $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Contoh :

Rasionalkanlah :

1. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 2. $\frac{6}{\sqrt{2}}$

Jawab :

1. $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{3}$

2. $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

b. Pecahan-pecahan berbentuk $\frac{1}{a + \sqrt{b}}$

Bentuk-bentuk akar $a + \sqrt{b}$ dan $a - \sqrt{b}$ di mana a adalah rasional dan \sqrt{b} adalah bentuk akar, dinamakan bentuk-bentuk akar yang sekawan.

Hasil perkaliannya adalah rasional. Sebab $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$ bilangan pada ruas kanan tersebut adalah rasional. Sifat bentuk akar yang sekawan ini kita gunakan untuk merasionalkan penyebut pecahan-

pecahan yang berbentuk seperti $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$ atau $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

Contoh :

Rasionalkan :

1. $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$ 2. $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

Jawab :

$$1. \frac{4}{\sqrt{3}-1} =$$

Bilangan sekawan $\sqrt{3}-1$ adalah $\sqrt{3}+1$

Maka :

$$\begin{aligned} \frac{4}{\sqrt{3}-1} &= \frac{4}{\sqrt{3}-1} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{4(\sqrt{3}+1)}{3-1} \\ &= \frac{4(\sqrt{3}+1)}{2} \\ &= 2(\sqrt{3}+1) \end{aligned}$$

$$2. \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} =$$

Bilangan sekawan dari $1 + \sqrt{2}$ adalah $1 - \sqrt{2}$

maka :

$$\begin{aligned} \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} &= \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \\ &= \frac{1-2\sqrt{2}+2}{1-2} \\ &= \frac{3-2\sqrt{2}}{-1} \\ &= -3+2\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2}-3 \end{aligned}$$